

PISA ให้นิยาม “ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์” ไว้ว่า

**ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy)** หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลาย รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ ใช้แนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการอธิบาย และทำนายปรากฏการณ์ต่าง ๆ

ขอบเขตการประเมินด้านคณิตศาสตร์ครอบคลุมองค์ประกอบ 3 ด้าน ได้แก่

- 1) กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Process) ที่อธิบายสิ่งที่แต่ละคนทำเพื่อเชื่อมโยงบริบทของปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ แล้วนำไปสู่การแก้ปัญหา
- 2) เนื้อหาคณิตศาสตร์ (Content) ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา
- 3) สถานการณ์หรือบริบท (Context) ที่ปัญหานั้นตั้งอยู่

**แบบจำลองการประเมินด้านคณิตศาสตร์ในทางปฏิบัติ**



## กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ส่วนหนึ่งของนิยามของความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ที่กล่าวว่า “ความสามารถของแต่ละบุคคลในการคิด การใช้ และการตีความคณิตศาสตร์...” สามคำนี้มีประโยชน์และมีความสำคัญในการจัดการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถอธิบายได้ว่า แต่ละคนสามารถเชื่อมโยงบริบทของปัญหา กับคณิตศาสตร์ได้อย่างไร และแก้ปัญหาอย่างไร กระบวนการทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 กระบวนการ ดังนี้

- การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- การตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

การรู้ว่าคุณสามารถเข้าไปมีส่วนร่วมในแต่ละกระบวนการเหล่านี้ได้อย่างมีประสิทธิภาพเพียงใดนั้น เป็นสิ่งสำคัญต่อการจัดทำนโยบายทางการศึกษาในปัจจุบัน ผลการสำรวจของ PISA ในกระบวนการการคิดในเชิงคณิตศาสตร์ชี้ให้เห็นว่า นักเรียนสามารถรู้และบอกโอกาสที่จะใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ของปัญหา แล้วให้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแปลงสถานการณ์ของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพเพียงใด ส่วนการใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ ชี้ให้เห็นว่า นักเรียนสามารถคำนวณ ดำเนินการ และประยุกต์แนวคิดหลักและข้อเท็จจริงที่นำไปสู่การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์กับปัญหาที่ถูกเปลี่ยนให้เป็นปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ได้ดีเพียงใด และสำหรับกระบวนการตีความ ชี้ให้เห็นว่า นักเรียนสามารถสะท้อนข้อสรุปและวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตีความผลที่ได้ไปสู่อุปสรรคปัญหาในโลกชีวิตจริง และระบุได้ว่าผลลัพธ์หรือข้อสรุปเป็นเหตุเป็นผลหรือไม่

## การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

นิยามของคำว่า “การคิด” ของความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของแต่ละบุคคลในการรู้และบอกโอกาสในการใช้คณิตศาสตร์ แล้วกำหนดโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ให้กับปัญหาที่พบในสถานการณ์ กระบวนการของการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ คือ การที่บุคคลตัดสินใจได้ว่าส่วนใดที่เขาสามารถดึงคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหา โดยบุคคลเหล่านี้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตคณิตศาสตร์ และกำหนดโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ การใช้เครื่องหมายแทนและลักษณะจำเพาะให้กับปัญหาในโลกชีวิตจริง ซึ่งสามารถให้เหตุผล ตั้งสมมติฐาน และพิจารณาข้อจำกัดได้อย่างสมเหตุสมผล กระบวนการนี้ประกอบด้วย กิจกรรมต่าง ๆ ต่อไปนี้

- การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และการระบุตัวแปรที่สำคัญ
- การรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (รวมถึง กฎเกณฑ์ ความสัมพันธ์ และแบบรูป) ของปัญหาหรือสถานการณ์
- การทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปแบบอย่างง่าย เพื่อให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น
- การระบุข้อจำกัดและสมมติฐานที่อยู่เบื้องหลังแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และจากการทำให้อยู่ในรูปแบบอย่างง่ายที่รวบรวมได้จากบริบท
- การแสดงแทนสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยการใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ และแบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม

- การแสดงแทนปัญหาในหลากหลายวิธี รวมถึงการจัดการกับปัญหาให้สอดคล้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และการสร้างสมมติฐานที่เหมาะสม
- การรู้ เข้าใจ และการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างภาษาเฉพาะกับบริบทของปัญหากับภาษาที่เป็นสัญลักษณ์ และภาษาอย่างเป็นทางการที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์
- การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์หรือการแสดงแทนการรู้แ่งมุมต่าง ๆ ของปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับปัญหาที่รู้หรือแนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ที่รู้จักข้อเท็จจริง หรือวิธีดำเนินการ
- การใช้เทคโนโลยีเพื่อแสดงความสัมพันธ์ภายในปัญหาที่อยู่ในสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ (เช่น ตาราง โปรแกรมทำงาน หรือรายการที่มีให้บนเครื่องคำนวณเชิงกราฟ)

### **การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา**

นิยามของคำว่า “การใช้” ของความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของแต่ละบุคคลในการประยุกต์ใช้แนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ ข้อเท็จจริง วิธีดำเนินการ และเหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่แต่ละคนแสดงวิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นเพื่อให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์ และค้นหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (เช่น แสดงการคำนวณ การแก้สมการ การลงข้อสรุปจากสมมติฐานทางคณิตศาสตร์ การใช้เชิงสัญลักษณ์ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การใช้สัญลักษณ์แทนและการจัดการกับรูปร่างและรูปทรง และการวิเคราะห์ข้อมูล) สร้างแบบจำลองของสถานการณ์ปัญหา สร้างกฎเกณฑ์ ระบุความเชื่อมโยงระหว่างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และสร้างข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ กระบวนการนี้ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ต่อไปนี้

- การคิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้
- การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเทคโนโลยีเพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสม
- การนำข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา
- การดำเนินการในเรื่องจำนวน ข้อมูลและข้อสนเทศเกี่ยวกับกราฟและสถิติ นิพจน์พีชคณิตและสมการ และการแสดงแทนทางเรขาคณิต
- การสร้างแผนภาพ กราฟ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ และการสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากสิ่งเหล่านั้น
- การใช้และการสลับที่ระหว่างการใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในกระบวนการแก้ปัญหา
- การสร้างข้อสรุปทั่วไปบนพื้นฐานของผลลัพธ์ที่เกิดจากการนำวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา
- การสะท้อนข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ การอธิบายและการแสดงเหตุผลต่อผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

### **การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์**

นิยามของคำว่า “การตีความ” ของความฉลาดรู้คณิตศาสตร์ มุ่งเน้นไปที่ความสามารถของแต่ละบุคคลในการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง ซึ่งรวมถึงการแปลความหมายของวิธีแก้ปัญหาหรือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ย้อนกลับไปที่บริบทของปัญหา และตัดสินว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากันได้กับบริบทของปัญหาหรือไม่ บุคคลที่ใช้กระบวนการนี้อาจจะสร้างและ

สื่อสารคำอธิบายหรือข้อโต้แย้งในบริบทของปัญหา และการสะท้อนทั้งกระบวนการสร้างแบบจำลองและผลที่ได้ กระบวนการประเภทร่วม “ตีความ” และ “ประเมิน” ไปด้วยกัน ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ต่อไปนี้

- การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปบริบทโลกชีวิตจริง
- การประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง
- ความเข้าใจว่าบริบทในชีวิตจริงส่งผลกระทบต่อผลลัพธ์และวิธีคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์หรือแบบจำลองอย่างไร เพื่อตัดสินใจว่าจะต้องปรับปรุงหรือนำผลไปใช้ในสถานการณ์ได้อย่างไร
- การอธิบายได้ว่าเพราะเหตุใดผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์จึงเหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา
- ความเข้าใจขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิดคณิตศาสตร์และวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- การวิจารณ์และระบุข้อจำกัดของแบบจำลองที่ใช้แก้ปัญหา

### **ความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในกระบวนการทางคณิตศาสตร์**

ความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในกรอบโครงสร้างนี้ มี 7 ข้อ ดังต่อไปนี้

- **การสื่อสาร (Communication)** ความสามารถของแต่ละบุคคลที่รับรู้การมีอยู่ของสิ่งที่ท้าทาย และถูกกระตุ้นให้รู้และเข้าใจสถานการณ์ปัญหา การอ่าน การถอดรหัส และการตีความข้อความ คำถาม ภาระงาน หรือสิ่งต่าง ๆ ที่ทำให้แต่ละคนสามารถสร้างแบบจำลองสถานการณ์ขึ้นมาในใจ ซึ่งเป็นขั้นตอนที่สำคัญในการเข้าใจปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น และการคิดสร้างปัญหา ในระหว่างกระบวนการแก้ปัญหา ผลที่ได้ทันทีอาจจำเป็นต้องมีการสรุปและนำเสนอ หลังจากที่พบวิธีแก้ปัญหาแล้ว ผู้แก้ปัญหาจำเป็นต้องนำเสนอวิธีแก้ปัญหานั้น และบางครั้งต้องมีการอธิบาย และให้เหตุผลกับผู้อื่นด้วย
- **การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematizing)** ความฉลาดรู้คณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการแปลงปัญหาในโลกชีวิตจริงให้อยู่ในรูปทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง (ซึ่งรวมทั้ง การสร้างโครงสร้าง การสร้างแนวคิดหลัก การสร้างสมมติฐาน และ/หรือการคิดแบบจำลอง) หรือการตีความ หรือการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้เชื่อมโยงกับปัญหาเดิม
- **การแสดงแทน (Representation)** ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์มักเกี่ยวข้องกับการแสดงเครื่องหมายแทนของสิ่งต่าง ๆ และสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์อยู่บ่อยครั้ง นำมาซึ่งการคัดเลือก การตีความ การแปล และการแสดงเครื่องหมายแทนที่หลากหลายในการจับประเด็นของสถานการณ์ ปฏิสัมพันธ์กับปัญหา หรือเพื่อนำเสนองาน การแสดงแทน ได้แก่ กราฟ ตาราง แผนภาพ รูปภาพ สมการ สูตร และสื่อที่เป็นรูปธรรม
- **การให้เหตุผลและการสร้างข้อโต้แย้ง (Reasoning and Argument)** ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ถูกนำมาใช้ในแต่ละขั้นตอนและแต่ละกิจกรรมที่เชื่อมโยงกับความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์คือ การให้เหตุผล และการสร้างข้อโต้แย้ง ความสามารถนี้เกี่ยวข้องกับพื้นฐานของความเป็นเหตุเป็นผลในกระบวนการคิดที่ค้นหาและเชื่อมโยงกับองค์ประกอบของปัญหา เพื่อใช้สร้างข้อสรุปจากสิ่งเหล่านั้น ตรวจสอบการให้เหตุผลที่ได้รับ หรือแสดงการให้เหตุผลของข้อความหรือวิธีแก้ปัญหา

- **การสร้างกลยุทธ์เพื่อแก้ปัญหา** (Devising Strategies for Solving Problems) ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์จำเป็นต้องคิดกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่บ่อยครั้ง ซึ่งประกอบด้วยกระบวนการควบคุมขั้นสูงที่นำแต่ละคนไปสู่การรู้ การสร้าง และการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะนี้มีลักษณะที่เป็นการเลือก หรือคิดแผน หรือกลยุทธ์ที่จะใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาที่มาจากภาระงานหรือบริบท และการชี้แนวทาง การนำไปใช้ ความสามารถทางคณิตศาสตร์นี้อาจต้องใช้ในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหา
- **การใช้สัญลักษณ์ ภาษาที่เป็นทางการและภาษาเทคนิค และการดำเนินการ** (Using Symbolic, Formal and Technical Language and Operations) ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์จำเป็นต้องใช้สัญลักษณ์ ภาษาที่เป็นทางการและภาษาเทคนิค และการดำเนินการ ซึ่งประกอบด้วยความเข้าใจ การตีความ การจัดการ และการใช้นิพจน์สัญลักษณ์ในบริบททางคณิตศาสตร์ (ได้แก่ นิพจน์พีชคณิต และการดำเนินการ) เพื่อดำเนินการตามแบบแผนและกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และยักรวมถึงความเข้าใจ และการใช้โครงสร้างตามแบบแผนที่มาจากนิยาม กฎเกณฑ์ และระบบตามแบบแผน และการใช้อัลกอริทึมกับองค์ความรู้เหล่านี้ด้วย สัญลักษณ์ กฎเกณฑ์และระบบจะถูกใช้ตามความรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับภาระงานนั้น ๆ โดยเฉพาะในการสร้าง แก้ปัญหา หรือตีความทางคณิตศาสตร์
- **การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์** (Using Mathematical Tools) สมรรถนะสุดท้ายนี้เป็นการสนับสนุนความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ในทางปฏิบัติซึ่งเป็นการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือทางคณิตศาสตร์รวมถึงเครื่องมือทางกายภาพ เช่น เครื่องมือวัด เครื่องคิดเลข และเครื่องมือในคอมพิวเตอร์ ซึ่งมีให้ใช้มากขึ้นอย่างกว้างขวาง ความสามารถนี้เกี่ยวข้องกับการรู้จักและการนำเครื่องมือที่หลากหลายมาใช้เพื่อช่วยในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ และการรู้ถึงข้อจำกัดของเครื่องมือเหล่านั้น ๆ เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ยังสามารถมีบทบาทสำคัญในการให้ข้อมูลผลลัพธ์ด้วย

## เนื้อหาคณิตศาสตร์

ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้จริงเป็นสิ่งสำคัญ ในการแก้ปัญหาและตีความสถานการณ์ในบริบทต่าง ๆ จำเป็นต้องดึงความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มาใช้

แนวคิดทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการสร้างความเข้าใจ จัดระเบียบ และวิเคราะห์ปรากฏการณ์ต่าง ๆ ในธรรมชาติ สังคม และการคิดจินตนาการต่าง ๆ หลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนจะถูกจัดเป็นสาขาวิชา (เลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต ฯลฯ) ที่สะท้อนถึงที่มา แนวคิดที่ยึดถือมา และเป็นฐานของการจัดแผนการเรียนการสอน อย่างไรก็ตาม ในโลกของความเป็นจริง ปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ไม่ได้จัดระเบียบมาเป็นหมวดหมู่หรือแยกวิชามาให้ และไม่ค่อยมีปรากฏการณ์ใดที่สามารถใช้ความรู้จากวิชาเดียวโดด ๆ มาแก้ปัญหาได้ หากแต่ต้องใช้พื้นฐาน ความรู้ที่กว้างขวาง ครอบคลุมหลายด้านกว่าที่ใช้อยู่ในห้องเรียน

เนื่องจากระดับของความสามารถด้านคณิตศาสตร์จะพิจารณาจากการที่บุคคลนั้นสามารถใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในโลกของความเป็นจริงตามสถานการณ์หรือบริบทที่แตกต่างหลากหลายได้ดีเพียงใด ดังนั้นในการประเมินจึงใช้ปรากฏการณ์เป็นตัวตั้งเพื่อนำไปสู่แนวคิด โครงสร้าง หรือความคิดหลักการทางคณิตศาสตร์

วิธีนี้จึงประกันได้ว่าจะตรงกับจุดมุ่งหมายในนิยามของการประเมิน ซึ่งจะไม่เหมือนกับการประเมินผลคณิตศาสตร์ที่พบเห็นในหลักสูตรทั่วไป

โครงสร้างการประเมินด้านคณิตศาสตร์ครอบคลุมเนื้อหา 4 เรื่อง ซึ่งเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนมาแล้วตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ได้แก่

- การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships)
- ปริภูมิและรูปทรง (Space and Shape)
- ปริมาณ (Quantity)
- ความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data)

แต่ละเนื้อหามีลักษณะและรายละเอียดดังนี้

### **การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์**

ธรรมชาติและสิ่งที่มีมนุษย์สร้างสรรค์ขึ้นในโลกมีความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุกับสภาพแวดล้อมเกิดขึ้นมากมายมหาศาล ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงขึ้นในระบบโดยส่งผลซึ่งกันและกัน ในหลายกรณีการเปลี่ยนแปลงเหล่านี้เกิดขึ้นตามช่วงเวลา และบางกรณีการเปลี่ยนแปลงของสิ่งหนึ่งหรือหลาย ๆ สิ่งไปเกี่ยวข้องกับเปลี่ยนแปลงของอีกสิ่งหนึ่ง มีทั้งการเปลี่ยนแปลงแบบต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง ดังนั้น เรื่องการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์จึงเกี่ยวข้องกับ ความเข้าใจในการเปลี่ยนแปลงแบบต่าง ๆ และการรู้ว่าเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงจะใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมเพื่ออธิบายและทำนายการเปลี่ยนแปลงนั้นได้อย่างไร ในทางคณิตศาสตร์การทำแบบจำลองของการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันและสมการที่เหมาะสม รวมถึงการคิด การตีความ และการแปลความตัวแทนความสัมพันธ์ในเชิงสัญลักษณ์และกราฟด้วย

การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ พบได้ในหลายเรื่อง เช่น การเจริญเติบโตของสิ่งมีชีวิต ดนตรี วัฏจักรของฤดูกาล แบบแผนของสภาพอากาศ ระดับการจ้างงาน และสถานะทางเศรษฐกิจ ในมุมมองของเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นไปตามหลักสูตรในเรื่องฟังก์ชันและพีชคณิต ได้แก่ นิพจน์ทางพีชคณิต สมการและอสมการ การแสดงในรูปตารางและกราฟซึ่งเป็นส่วนสำคัญในการสร้างคำอธิบาย การสร้างแบบจำลอง และการตีความการเปลี่ยนแปลงของปรากฏการณ์ต่าง ๆ

### **ปริภูมิและรูปทรง**

ปริภูมิและรูปทรงสามมิติครอบคลุมปรากฏการณ์ต่าง ๆ ซึ่งมีอยู่ทุกหนทุกแห่งในโลกที่เราสามารถเห็นได้และเป็นทางกายภาพ ได้แก่ แบบรูป สมบัติของวัตถุ ตำแหน่งและทิศทาง การแสดงแทนวัตถุ การเข้ารหัสและถอดรหัสของสาระที่มองเห็นจากภาพได้ การนำทาง และปฏิสัมพันธ์ของกลศาสตร์กับรูปร่างจริงและกับการแทน เรขาคณิตเป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับปริภูมิและรูปทรงแต่เนื้อหาเรื่องนี้เกินกว่าสาระของวิชาเรขาคณิต ทั้งในเนื้อหา ความหมายและวิธีการ ซึ่งจะขยายกว้างไปถึงเรื่องการมองเห็นภาพเชิงปริภูมิ การวัดขนาด และพีชคณิต

PISA ถือว่าความเข้าใจแนวคิดหลักและทักษะเป็นสิ่งสำคัญของความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ซึ่งมีความเชื่อมโยงกับปริภูมิและรูปทรง โดยความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรื่องปริภูมิและรูปทรงประกอบด้วยการดำเนินการ

ขอบข่ายต่าง ๆ เช่น ความเข้าใจภาพวาดที่มีสัดส่วนที่มองเห็น (เช่น การวาดภาพ) การสร้างและอ่านแผนที่ การเปลี่ยนรูปร่างโดยใช้และไม่ใช้เทคโนโลยี การตีความมุมมองภาพสามมิติจากมุมมองต่าง ๆ ที่มองเห็น และการสร้างสัญลักษณ์ของรูปทรง

### **ปริมาณ**

ปริมาณเป็นเรื่องที่พบได้มากที่สุด และเป็นเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในโลกรของเรา ซึ่งรวมถึงเรื่องของจำนวนที่มาจากวัตถุ ความสัมพันธ์ สถานการณ์และกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ ในโลก ความเข้าใจการแสดงแทนปริมาณในรูปแบบต่าง ๆ และการตัดสินใจจากการตีความและข้อโต้แย้งเชิงปริมาณ การมีส่วนร่วมในเรื่องเกี่ยวกับปริมาณ ต้องมีความเข้าใจในเรื่อง การวัดขนาด การนับ ขนาด หน่วยนับ ตัวชี้วัด การเปรียบเทียบขนาด และแนวโน้มและแบบรูปเชิงตัวเลข นอกจากนี้ การให้เหตุผลเชิงปริมาณ เช่น ความรู้สึกเชิงจำนวน การแสดงจำนวนด้วยวิธีต่าง ๆ การคำนวณอย่างฉลาด การคิดเลขในใจ การประมาณค่า และการประเมิน ผลลัพธ์อย่างมีเหตุผล ล้วนเป็นสิ่งจำเป็นของความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรื่องปริมาณ

การแสดงปริมาณเป็นวิธีขั้นพื้นฐานสำหรับการพรรณนาและการวัดสิ่งต่าง ๆ ช่วยในการสร้าง แบบจำลองสถานการณ์ การตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ การอธิบายและการปรับปรุงในเรื่องปริภูมิและรูปทรง การจัดการ และการตีความข้อมูล รวมทั้งการวัดและการประเมินความไม่แน่นอน ดังนั้น ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรื่องปริมาณ จึงเป็นการนำความรู้เรื่องจำนวนและการดำเนินการไปใช้ในเป้าหมายต่าง ๆ อย่างกว้างขวาง

### **ความไม่แน่นอนและข้อมูล**

เรื่องความไม่แน่นอนมีอยู่ในวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และในชีวิตประจำวัน ดังนั้น ความไม่แน่นอนจึงเป็นปรากฏการณ์ที่เป็นหัวใจของการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลาย โดยทฤษฎีความน่าจะเป็นและสถิติกับเทคนิคของการพรรณนาและการนำเสนอข้อมูลถูกสร้างขึ้นมาเพื่อจัดการกับเรื่องนี้ เนื้อหาเรื่องความไม่แน่นอนและข้อมูลนี้รวมถึงการรู้ว่าตำแหน่งใดที่มีการแปรผันในกระบวนการมีการรับรู้ถึงปริมาณในการแปรผัน การรับรู้ถึงความไม่แน่นอนและความผิดพลาดจากการวัด และความรู้ในเรื่องของโอกาสที่จะเกิดขึ้น นอกจากนี้ยังรวมถึงการคิด การตีความ และการประเมินข้อสรุปในสถานการณ์ที่มีความไม่แน่นอนเป็นจุดสำคัญ การนำเสนอและการตีความข้อมูลเป็นแนวคิดหลักของเนื้อหาประเภทนี้

ความไม่แน่นอนและข้อมูลพบได้ในการทำนายทางวิทยาศาสตร์ การสำรวจความคิดเห็น การพยากรณ์อากาศ และแบบแผนทางเศรษฐกิจ การมีความแปรผันในกระบวนการผลิต การหาผลคะแนนสอบและการสำรวจ และโอกาสซึ่งเป็นพื้นฐานที่มีอยู่ในกิจกรรมสันตนาการของแต่ละคน เรื่องความน่าจะเป็นและสถิติในหลักสูตรโดยทั่วไปจะหมายถึงการพรรณนา การสร้างตัวแบบและการตีความความไม่แน่นอนของปรากฏการณ์นั้น และการนำไปอ้างอิง นอกจากนี้การแก้ปัญหาที่อยู่ในเนื้อหาประเภทนี้ยังรวมถึงการรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิต เช่น การแสดงแทนด้วยกราฟและสัญลักษณ์ด้วย

## สถานการณ์หรือบริบท

ลักษณะสำคัญของความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์คือ การที่คณิตศาสตร์ได้เข้าไปเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาที่อยู่ในบริบทหนึ่ง ซึ่งเป็นบริบทในโลกชีวิตจริงที่มีปัญหานั้นตั้งอยู่ PISA ได้จัดประเภทของบริบทออกเป็น 4 กลุ่ม ดังนี้

- **บริบทส่วนตัว (Personal)** คำถามที่จัดอยู่ในประเภทนี้จะเน้นที่กิจกรรมของคน ๆ หนึ่ง ครอบครัว หรือกลุ่มเพื่อน อาจจะเป็นเรื่องส่วนบุคคล ประกอบด้วย สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการเตรียมอาหาร การซื้อของ การเล่นเกม สุขภาพส่วนบุคคล การเดินทาง กีฬา การท่องเที่ยว การจัดตารางเวลาส่วนบุคคล และการเงินส่วนบุคคล
- **บริบททางการงานอาชีพ (Occupational)** คำถามที่จัดอยู่ในประเภทนี้จะเน้นที่งานที่มีในชีวิตจริง เช่น การวัดขนาด ค่าใช้จ่าย และการสั่งซื้อวัสดุสำหรับการก่อสร้าง การเงิน/การบัญชี การควบคุมคุณภาพ การจัดทำหนดการ/รายการสินค้า การออกแบบ/สถาปัตยกรรม และอาชีพที่เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจ บริบทเกี่ยวกับอาชีพอาจมีความเกี่ยวข้องตั้งแต่งานที่ใช้แรงงานโดยไม่ต้องใช้ทักษะ จนถึงงานที่ต้องใช้ความเชี่ยวชาญระดับสูง
- **บริบททางสังคม (Societal)** คำถามที่จัดอยู่ในประเภทนี้จะเน้นที่ชุมชนหนึ่ง ๆ ไม่ว่าจะเป็นระดับท้องถิ่น ระดับชาติ หรือระดับโลก เช่น ระบบการลงคะแนนเสียง การขนส่งสาธารณะ การปกครอง นโยบายภาครัฐ ประชากร การโฆษณา สถิติแห่งชาติ และเศรษฐกิจ แม้ว่าจะเป็นบริบทที่เกี่ยวข้องกับเรื่องส่วนบุคคล แต่บริบททางสังคมเน้นการมองปัญหานั้นในภาพรวมของสังคม
- **บริบททางวิทยาศาสตร์ (Scientific)** คำถามที่จัดอยู่ในประเภทนี้เกี่ยวข้องกับการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ใน ชีวิตจริง และประเด็นหรือหัวข้อที่เกี่ยวข้องกับวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เช่น สภาพภูมิอากาศหรือภูมิประเทศ ระบบนิเวศวิทยา การแพทย์ วิทยาศาสตร์อวกาศ พันธุกรรม การวัด และทุกสิ่งที่เกี่ยวข้องกับโลกของคณิตศาสตร์ภายใต้บริบททางวิทยาศาสตร์



## ระดับความสามารถด้านคณิตศาสตร์

PISA 2018 รายงานระดับความสามารถด้านคณิตศาสตร์ โดยเริ่มจากระดับต่ำสุด (ระดับ 1) จนถึงระดับสูงสุด (ระดับ 6) หรืออาจบอกคุณภาพเป็นกลุ่มรวม เช่น ที่ระดับ 5 และ 6 จัดว่าเป็นระดับสูง ระดับ 3 และ 4 จัดเป็นระดับปานกลาง และระดับ 2 เป็นระดับพื้นฐานที่นักเรียนเริ่มแสดงว่ารู้และสามารถใช้ประโยชน์จากความรู้ได้ในชีวิตจริง แต่ถ้าต่ำกว่าระดับ 2 ลงไปจัดว่าเป็นกลุ่มเสี่ยงที่นักเรียนแสดงว่ามีความสามารถไม่ถึงระดับพื้นฐานและไม่สามารถใช้คณิตศาสตร์ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตจริงได้

### ระดับความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ระดับ	คะแนนต่ำสุด	ที่ระดับนี้ นักเรียนสามารถ
6	669	<b>ที่ระดับ 6</b> นักเรียนสามารถทำข้อสอบข้อที่ยากที่สุดของ PISA ได้ถูกต้อง นักเรียนสามารถสร้างกรอบความคิด สร้างข้อสรุปและสาระบบฐานของข้อมูลการสำรวจตรวจสอบและการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ที่ซับซ้อนของปัญหา และสามารถใช้ความรู้ในบริบทที่ไม่เคยชินและไม่เป็นไปตามแบบแผนที่มีมาก่อน สามารถเชื่อมโยงแหล่งข้อมูลและสัญลักษณ์ต่าง ๆ อีกทั้งสามารถเชื่อมโยงและปรับใช้อย่างคล่องแคล่ว นักเรียนที่ระดับนี้ มีความสามารถในการคิดและการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถใช้ความสัมพันธ์ของตัวแปร มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของการใช้สัญลักษณ์ การดำเนินการ และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาสร้างวิธีการและกลยุทธ์ใหม่สำหรับการแก้ปัญหาในวิธีใหม่ นักเรียนสามารถสะท้อนความเห็น การกระทำ และสามารถสื่อสารความเห็นและการกระทำที่ตนค้นพบ ดีความ และได้แย้งได้ชัดเจนแม่นยำ อีกทั้งยังสามารถอธิบายถึงสาเหตุที่ได้ใช้การกระทำนั้น ๆ มาตั้งแต่ต้น
5	607	<b>ที่ระดับ 5</b> นักเรียนสามารถสร้างและใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) สำหรับปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อน นักเรียนสามารถระบุข้อจำกัดและข้อตกลงเบื้องต้นเฉพาะเรื่องนั้น ๆ สามารถเลือก เปรียบเทียบ และประเมินถึงกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อใช้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนที่เชื่อมโยงกับตัวแบบ สามารถใช้ทักษะการคิดและทักษะการให้เหตุผล สามารถเชื่อมโยงการนำเสนอรูปแบบต่าง ๆ สัญลักษณ์และลักษณะของโจทย์คณิตศาสตร์ และมองเห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงของสิ่งเราที่เป็นส่วนของสถานการณ์ สามารถคิดวิเคราะห์การทำงานของตน สามารถสร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และสามารถสื่อสารการแปลความ ดีความ และการใช้เหตุผลของตนให้เป็นที่เข้าใจได้
4	545	<b>ที่ระดับ 4</b> นักเรียนสามารถทำโจทย์คณิตศาสตร์ที่มีรูปแบบชัดเจน แต่อยู่ในสถานการณ์ค่อนข้างซับซ้อน และอาจมีข้อจำกัดเข้ามาเกี่ยวข้อง หรือต้องมีการกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นบ้าง นักเรียนสามารถเลือกการนำเสนอแบบต่าง ๆ หลายแบบรวมทั้งรูปแบบของสัญลักษณ์หรือใช้ผสมกันได้ โดยนำมาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในโลกจริง สามารถใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์

ระดับ	คะแนน ต่ำสุด	ที่ระดับนี้ นักเรียนสามารถ
		ที่มีอยู่จำกัด และสามารถใช้เหตุผลได้ และมองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปรในสถานการณ์ตรง ๆ ที่ไม่ซับซ้อน สามารถสร้างคำอธิบายหรือข้อโต้แย้ง และสามารถสื่อสารสิ่งที่สร้างขึ้นให้เป็นที่เข้าใจได้ โดยสื่อสารคำอธิบายและข้อโต้แย้งบนพื้นฐานของการแปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตน
3	482	<b>ที่ระดับ 3</b> นักเรียนสามารถทำโจทย์ตามตัวอย่างหรือวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน รวมทั้งโจทย์ที่ต้องเลือกลำดับขั้นตอนด้วย สามารถเลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อนสำหรับการแก้ปัญหา สามารถตีความ แปลความและใช้สถานการณ์ที่มีที่มาจากหลายแหล่ง รวมทั้งสามารถใช้ความเป็นเหตุเป็นผลของแหล่งที่มาอื่น ๆ ได้ สามารถสร้างคำอธิบาย รายงานการตีความ และแปลความนั้น ๆ และสามารถสื่อสารผลที่เกิดขึ้นได้
2	420	<b>ที่ระดับ 2</b> นักเรียนสามารถตีความ แปลความ และรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน ที่ต้องการตัวอ้างอิงไม่เกินสองตัว สามารถสกัดสาระสำคัญจากแหล่งข้อมูลแหล่งเดียวและสามารถใช้สถานการณ์ที่น่าเสนออย่างง่าย ๆ เพียงชั้นเดียว นักเรียนที่ระดับนี้สามารถใช้วิธีการคิดสูตรคณิตศาสตร์ สามารถคิดวิธีการ หรือข้อตกลงเบื้องต้น สามารถใช้ความเป็นเหตุเป็นผลแบบตรง ๆ และตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมา ระดับ 2 ถือว่าเป็นระดับพื้นฐานที่ควรจะมี (Minimum Requirement) เป็นระดับที่แสดงว่านักเรียนพอจะใช้ประโยชน์จากคณิตศาสตร์ในชีวิตได้ในระดับเริ่มต้น
1	358	<b>ที่ระดับ 1</b> นักเรียนสามารถตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่เคยพบมาก่อนหรือที่คุ้นเคย และมีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามที่ถามตรง ๆ อย่างชัดเจน สามารถระบุสาระที่ต้องการ และสามารถทำโจทย์แบบที่คุ้นเคยที่มีวิธีการทำหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน และสามารถทำโจทย์ตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้